Determiniamo l'intersezione dell'iperboloide (i i) colla tangente alla cubica nel punto (&$_0$). Se le P, Q, *R* si* riguardano come funzioni di u_9 u_{19} $u_{2)}$ *è* chiaro che nel cercato punto d'intersezione, dei tre parametri *u,* u_{19} u_2, due avranno il valore u_0 , e quindi, facendo u_l = u_2 — u_0 , si avrà

Facendo queste sostituzioni nella precedente equazione (li), si trova un risultato che è riducibile alla forma seguente :

Oc + *3P< + 3 I*** + O [<X + $^2P^U$ + ?K + pu^z + 2qu + r],= o . .

Ora il fattore

^o + 3jK + *3° +* ^{r}

è diverso da zero, finché la generatrice (#-$_0$) è distinta dalle (V), («"), (X")> ciò che mostra al tempo stesso come quattro distinte tangenti della cubica non possano mai trovarsi sopra uno stesso iperboloide, poiché la precedente equazione dovrebbe risultare soddisfatta indipendentemente da *u.* Dunque i punti d'intersezione della tangente (w_o) coll'iperboloide (i i) sono dati dall'equazione

(V -f- *2 p u* ~{- *q)* u_0 + *p* u^2 -{- 2 *q u* 4- *r = o* .

Ora, se in quest'equazione le quantità *u,* U_Q si riguardano come costanti, e le p, *q, r* come coordinate di un punto (nel sistema P, 2, J?), l'equazione stessa rappresenta il piano tangente alla cubica nel punto (w) e passante pel punto (w_0), come risulta immediatamente dal suo confronto colPequazione (9). Rammentando dunque il significato che avevano le p_9 q_y *r,* se ne conclude che il piano in discorso deve contenere il punto (p, *q,* r), cioè il punto di concorso dei piani osculatori nei punti (V), (V')$_3$ ("'")• Per tal modo ecco la costruzione semplicissima che fa trovare i punti d'intersezione dell'iperboloide (i i) colla quarta tangente della cubica nel punto (w_o): pel punto nel quale s'incontrano i piani osculatori della cubica nei punti (V), (V'), (X")> °> P^^{u} brevemente, pel punto corrispondente all'iperboloide considerato e pel punto (E_O) si facciano passare dei piani tangenti alla cubica in punti distinti da (&$_0$) : questi piani sono due, perché il piano tangente in (&$_0$) conta per due e la curva è di quarta classe (la sua svilupparle osculatrice essendo di quart' ordine). I piani osculatori dei due punti di contatto così ottenuti intersecano la generatrice (#$_0$) nei punti cercati.

4. Riprendiamo la considerazione dell'iperboloide rappresentato dall'equazione (i i) per mostrarne il legame colle interessanti proprietà delle figure *congiunte,* introdotte dal prof. CREMONA nella

dottrina delle cubiche gobbe.